



Control 5

P1.

- a) (2.0 pts.) Considere los grupos $(H, *)$ y (K, Δ) . Demuestre que $(H \times K, \circ)$ es grupo donde la l.c.i. \circ se define por

$$\forall (h_1, k_1), (h_2, k_2) \in H \times K, \quad (h_1, k_1) \circ (h_2, k_2) = (h_1 * h_2, k_1 \Delta k_2)$$

- b) b1) (2.0 pts.) Sea $(G, *)$ un grupo abeliano y $(H_1, *)$, $(H_2, *)$ subgrupos de $(G, *)$. Se define el conjunto L por

$$L = \{h_1 * h_2 \mid h_1 \in H_1 \wedge h_2 \in H_2\}$$

Pruebe que $(L, *)$ es subgrupo de $(G, *)$.

- b2) (2.0 pts.) Demuestre que si $H_1 \cap H_2 = \{e\}$ (e es neutro en G) entonces $(L, *)$ y $(H_1 \times H_2, \circ)$ son isomorfos, donde la l.c.i. \circ se define como en la parte (a).

Indicación: Considere $f(h_1, h_2) = h_1 * h_2$.

- P2.** Sea $(K, +, \bullet)$ un cuerpo. Se sabe que $(K \times K, \oplus, \odot)$ con $(x_1, y_1) \oplus (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$ y $(x_1, y_1) \odot (x_2, y_2) = (x_1 \bullet x_2, y_1 \bullet y_2)$ es un anillo conmutativo con unidad (no es necesario que lo demuestre).

- a) (2.0 pts.) Encuentre neutro para \oplus y neutro para \odot en $K \times K$.
- b) (3.0 pts.) Demuestre que para $(a, b) \neq 0_{K \times K}$.
 (a, b) es invertible $\Leftrightarrow (a, b)$ no es un divisor del cero.
- c) (1.0 pts.) ¿Es $(K \times K, \oplus, \odot)$ cuerpo?. Justifique.

Consultas sólo al auxiliar de control

Justifique cada uno de sus pasos

Tiempo: 1.15 horas.